

Signali i sustavi - Zadaci za vježbu

X. tjedan

Konvolucija

1. Odziv diskretnog LTI sustava na jediničnu stepenicu je $y(n)=(n+1)\mu(n)$. Odredite impulsni odziv ovog sustava. Kolika je vrijednost impulsnog odziva u $n=5$?

2. Zadan je vremenski diskretan LTI sustav impulsnim odzivom:

$$h(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, 1, \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$$

Nađite ulazno – izlaznu relaciju (jednadžbu diferencijala) za ovaj sustav.

3. Nađite odziv diskretnog sustava na pobudu $u(n) = \alpha^n \mu(n)$, ako je poznat impulsni odziv sustava $h(n) = \beta^n \mu(n)$.

4. Dokažite svojstva konvolucije vremenski kontinuiranog sustava:

a. $u(t) * \delta(t) = u(t)$

b. $u(t) * \delta(t - t_0) = u(t - t_0)$

c. $u(t) * \mu(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau$

d. $u(t) * \mu(t - t_0) = \int_{-\infty}^{t-t_0} u(\tau) d\tau$

5. Nađite odziv kontinuiranog sustava na pobudu $u(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq 3, \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$, ako je impulsni odziv

$$h(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq 2, \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

6. Korištenjem konvolucijske sumacije odredite odziv diskretnog sustava zadanog impulsnim odzivom $h(n) = 4\delta(n) + 3\delta(n - 1) + 2\delta(n - 2) + \delta(n - 3)$. Sustav je pobuđen s $u(n) = \delta(n) + \delta(n - 1)$.

7. Izračunajte izlaz $y(t)$ za dani vremenski kontinuirani LTI sustav čiji su impulsni odziv $h(t)$ i ulaz $u(t)$ dani s

$$h(t) = e^{-at} \mu(t)$$

$$u(t) = e^{at} \mu(-t), \quad a > 0.$$

8. Zadan je diskretni signal $f: Z \rightarrow R$ kao $f(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, 1, 2, \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$. Promatramo signal $q(n)$ koji je definiran kao konvolucija $q(n) = f(n) * f(n)$. Koliko iznosi $q(3)$?

Jednadžbe diferencija

1. Zadan je sustav $y(n+1) + 2y(n) = u(n)$, pri čemu je $y(0) = 2$, $n \in N_0$. Je li sustav linearan? Obrazložite odgovor.

2. Zadan je sustav

$$y(n+2) - y(n+1) - y(n) = 0,$$

s početnim uvjetima $y(0) = 0, y(1) = 1$. Pronađite odziv sustava! Napišite prvih pet članova dobivenog niza! Prepoznajete li dobiveni niz?

3. Zadan je sustav $y(n+3) - y(n) = 0$, uz početne uvjete $y(0) = y(1) = 0, y(2) = 1$. Pronađite odziv sustava! Jesu li svi članovi dobivenog niza cijeli brojevi?

4. Naći odziv mirnog sustava opisanog jednadžbom diferencija:

$$3y(n+2) + 6y(n+1) + 3y(n) = 2u(n+1) - 5u(n).$$

Sustav je pobuđen nizom impulsa $u(n) = \{\dots, \underline{0}, 0, 1, 2, 1, 0, 0, \dots\}$, gdje je podvučena vrijednost amplituda impulsa u koraku $n = 0$.